

## ✶ Esercitazione Covid-19 ✶

23 Marzo 2020

- Questa è solo un'esercitazione pensata per essere svolta in solitaria in 2 ore: ragiona con calma e, se ti va, inviaci via mail quello che hai scritto, così sarà più facile imparare da eventuali errori!
- Le nostre mail sono "bargagnati@mail.dm.unipi.it" e "merz@mail.dm.unipi.it".
- Cerca di scrivere le soluzioni nella maniera più formale possibile, come se fossi ad uno scritto!
- I primi due esercizi sono sul programma del primo semestre, gli altri due sulle ultime cose (considerateli ancora "di riscaldamento"): se stai recuperando il programma, o ti senti sicuro sulla prima parte, puoi inviarci solo alcuni esercizi!
- Se invece volete inviarci altri esercizi, fate pure!

1. Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false, giustificando la tua risposta con dimostrazioni o controesempi.

(a) Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione continua e iniettiva; allora  $f$  è strettamente monotona.

(b) Esiste una funzione  $f : (-\epsilon, \epsilon) \rightarrow \mathbb{R}$  pari, di classe  $C^\infty$ , tale che  $f(0) = 1$  e con polinomio di Taylor di ordine 2 pari a

$$p(x) = x^2 + x + 1.$$

(c) Esiste una funzione  $f : (-\epsilon, \epsilon) \rightarrow \mathbb{R}$  pari di classe  $C^\infty$ , tale che  $f(0) = 1$  e con polinomio di Taylor di ordine 2 pari a

$$p(x) = x^2 + 1.$$

2. Calcolare per quali valori dei parametri  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  la seguente serie converge:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \cdot \left( \log \left( 319 + \frac{1}{n^\alpha} \right) - \beta \cdot \sin \left( \frac{\pi}{2} - \frac{1}{n} \right) \right).$$

3. Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^1 \sqrt{2-x^2} dx.$$

4. Studiare la convergenza del seguente integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{|x^5 + 8x^3 - 1|}} dx.$$