

## ✦ Esercitazione 20 aprile 2020 ✦

- Questa è solo un'esercitazione pensata per essere svolta in solitaria in 2 ore: ragiona con calma e, se ti va, inviaci via mail quello che hai scritto, così sarà più facile imparare da eventuali errori!
- Le nostre mail sono "bargagnati@mail.dm.unipi.it" e "merz@mail.dm.unipi.it".
- Cerca di scrivere le soluzioni nella maniera più formale possibile, come se fossi ad uno scritto!
- Se invece volete inviarci altri esercizi, fate pure!

1. Se  $y = y(t)$  è soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = 2ty + t^3 \\ y(0) = \frac{3}{2} \end{cases}$$

quanto vale  $y(2)$ ?

2. Sia  $f \in C^1(\mathbb{R})$ ,  $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da  $F(x) := \int_x^{x^2} f(t)dt$ . Calcola il polinomio di Taylor di  $F$  di grado 2 e di centro  $x = 0$ .
3. Sia

$$f(x) := \begin{cases} -e^x(x+2) & \text{se } x \leq 0 \\ 2^{-x} + 1 & \text{se } x > 0. \end{cases}$$

Sia  $F(x) := \int_1^x f(t)dt$ .

Studiare la funzione  $F(x)$  (es: continuità, derivabilità, limiti agli estremi del dominio naturale di definizione, massimi e minimi locali, etc ...) e disegnare il grafico.

4. Trovare in funzione del parametro  $\beta \in \mathbb{R}$  la soluzione  $y = y(t)$  del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 4y' + 5y = 5t^2 - 2t - 1 \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = \beta. \end{cases}$$

Disegnare approssimativamente i grafici delle soluzioni nell'intervallo  $[0, \pi]$  per  $\beta = +2$  e  $\beta = -2$ .