

Nome e cognome: _____

Classe: _____

Liceo Scientifico "A. Vallisneri"
Prova scritta di matematica

Esercizio 1 (30 punti). Si consideri un triangolo ABC rettangolo in A e la sua circonferenza inscritta \mathcal{C} . Sia O il centro di \mathcal{C} e siano P , Q e R i punti di tangenza di \mathcal{C} con i lati AB , BC e AC rispettivamente.

- (a) Dimostrare che il quadrilatero $APOR$ è un quadrato.
- (b) Dimostrare che la differenza tra la somma dei cateti e l'ipotenusa del triangolo ABC è congruente al doppio del raggio della circonferenza \mathcal{C} .
- (c) Dimostrare che il quadrilatero $BPOQ$ è sia inscritto sia circoscritto a una circonferenza. Caratterizzare il centro della circonferenza circoscritta a $BPOQ$.

Esercizio 2 (20 punti). Si consideri una semicirconferenza di diametro AB . Sia r la retta tangente alla semicirconferenza nel punto B e sia AC una corda della semicirconferenza il cui prolungamento interseca in P la retta r . Siano H e K le proiezioni di C rispettivamente su AB e su r . Si provi che il rettangolo di lati HB e AB è equivalente al rettangolo di lati KB e PB .

Esercizio 3 (30 punti). Sia ABC un triangolo isoscele sulla base AB e tale che l'angolo $\hat{A}CB$ misura 120° .

- (a) Sapendo che l'area del triangolo è $\sqrt{3}a^2$, verificare che $\overline{AB} = 2\sqrt{3}a$ e $\overline{AC} = \overline{BC} = 2a$.
- (b) Sia M il punto medio di AC . Determinare un punto P sul lato AB tale che valga

$$\overline{PA}^2 + \overline{PM}^2 + \overline{PB}^2 = 7a^2.$$

Es. 1	Es. 2	Es. 3

Voto: _____