

Nome e cognome: \_\_\_\_\_

Classe: \_\_\_\_\_

Liceo Scientifico "A. Vallisneri"  
Prova scritta di matematica

**Esercizio 1 (15 punti).** Si considerino l'insieme  $A = \mathbb{Z} \setminus \{0\}$  e la relazione  $\mathcal{R}$  su  $A$  definita da

$$a\mathcal{R}b \Leftrightarrow ab > 0.$$

- (a) Dimostrare che  $\mathcal{R}$  è una relazione di equivalenza.
- (b) Studiare le classi di equivalenza e scrivere l'insieme quoziente  $A/\mathcal{R}$ .

**Esercizio 2 (10 punti).**

- (a) Esibire una relazione su un insieme  $A$  che sia riflessiva e simmetrica, ma non transitiva.
- (b) Quanti elementi almeno deve avere  $A$  per poter costruire un tale esempio? Giustificare opportunamente la risposta.

**Esercizio 3 (15 punti).** Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false, giustificando opportunamente le risposte date.

- (a) Nell'insieme delle rette di un piano, la relazione di perpendicolarità è di equivalenza.
- (b) Sia  $\mathcal{R}$  una relazione di equivalenza su un insieme  $A$ . La classe di equivalenza di un elemento  $a$  può essere vuota.
- (c) Sia  $A = \mathbb{N} \setminus \{0\}$  e  $\mathcal{R}$  la relazione definita da  $a\mathcal{R}b \Leftrightarrow a$  è multiplo di  $b$ . La relazione  $\mathcal{R}$  è transitiva.

**Esercizio 4 (2).** Sia  $A$  un insieme con  $n$  elementi. Dire quante sono le relazioni su  $A$ .

Es. 1	Es. 2	Es. 3	Es. 4

Voto: \_\_\_\_\_