

PRIMO COMPITO DI ANALISI MATEMATICA
CORSO DI LAUREA IN INFORMATICA, CORSO B

18 GENNAIO 2016

Esercizio 1 Siano z_1 e z_2 due numeri complessi con modulo e argomento rispettivamente (ρ_1, θ_1) e (ρ_2, θ_2) tali che $\rho_2 = \rho_1$ e $\theta_2 = -\theta_1$. Dimostrare che $z_1 + z_2$ e $z_1 \cdot z_2$ sono numeri reali.

Esercizio 2 Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x^2} & x \geq 0 \\ 1 + e^{\frac{1}{x}} & x < 0. \end{cases}$$

Determinarne:

- (a) l'insieme di definizione;
- (b) l'insieme di continuità;
- (c) l'insieme di derivabilità;
- (d) gli intervalli di crescita e decrescenza;
- (e) gli intervalli di convessità e concavità;
- (f) eventuali asintoti.

Se ne disegni un grafico qualitativo indicando estremo superiore, estremo inferiore, massimi e minimi relativi e assoluti (se esistono).

Esercizio 3 Calcolare l'integrale indefinito

$$\int e^{\alpha x} \cos(\beta x) dx$$

al variare di $\alpha, \beta \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Esercizio 4 Si consideri il sottoinsieme dei numeri reali

$$A = \left\{ \frac{n-3}{n^2} \mid n \in \mathbb{N}, n \geq 1 \right\} \cup (-1, 1).$$

- (a) Dimostrare che la successione $a_n = \frac{n-3}{n^2}$ è monotona decrescente per $n \geq 6$;
- (b) determinare estremo superiore ed inferiore di A e dire, motivando la risposta, se ammette massimo e/o minimo.