

QUINTO COMPITO DI ANALISI MATEMATICA
CORSO DI LAUREA IN INFORMATICA, CORSO B

2 SETTEMBRE 2016

Esercizio 1 Calcolare il modulo del seguente numero complesso:

$$\left(\frac{1+i}{1-i} - 1\right)^2.$$

Esercizio 2 Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione di legge

$$y = \arcsin\left(\frac{3x+1}{x}\right).$$

- (i) Determinare il dominio \mathcal{D} di f .
- (ii) Dire se \mathcal{D} contiene tutti i suoi punti di accumulazione.

Esercizio 3 Verificare, usando la definizione, che

$$\lim_{x \rightarrow 1} 4x + 1 = 5.$$

Esercizio 4 Calcolare il seguente integrale indefinito:

$$\int \ln^2(x) dx.$$

Esercizio 5 Si considerino le funzioni *seno iperbolico*, *coseno iperbolico* e *tangente iperbolica*, definite rispettivamente come segue:

$$y = \sinh(x) := \frac{e^x - e^{-x}}{2}, \quad y = \cosh(x) := \frac{e^x + e^{-x}}{2}, \quad y = \tanh(x) := \frac{\sinh(x)}{\cosh(x)}.$$

- (i) Calcolare $D[\sinh(x)]$, $D[\cosh(x)]$, $D[\tanh(x)]$.¹
- (ii) Studiare la funzione $y = \sinh(x)$, determinandone dominio, zeri, segno, monotonia, eventuali massimi e minimi, eventuali asintoti, eventuali flessi. Disegnarne un grafico qualitativo.
- (iii) Dimostrare che $y = \sinh(x)$ è invertibile e calcolare la legge della funzione inversa.
- (iv) Mostrare che $y = \cosh(x)$ non è invertibile.

N.B. Tutte le risposte devono essere adeguatamente giustificate. Non saranno valutate risposte prive di giustificazione.

¹Con D indichiamo l'operatore di derivata.