

SECONDO COMPITINO DI ANALISI MATEMATICA  
CORSO DI LAUREA IN INFORMATICA, CORSO B

18 DICEMBRE 2015

FILA A

**Esercizio 1** Si considerino i numeri complessi

$$z_1 = 1 - i + \frac{i}{1 - 2i} \quad z_2 = (1 + i)(1 - i)(1 + \sqrt{3}i).$$

- (a) Calcola il modulo di  $z_1$  e il modulo di  $z_2$ .
- (b) Calcola il modulo di  $z_1 \cdot z_2$ .

**Esercizio 2** Considera la funzione  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  di legge

$$f(x) = \sqrt[3]{x^2 - 3x + 2}.$$

- (a) Calcola il dominio, gli zeri e il segno di  $f$ .
- (b) Discuti la continuità di  $f$  nel suo dominio.
- (c) Studia la derivabilità di  $f$  nel suo dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.
- (d) Calcola estremo superiore, estremo inferiore, massimo e minimo assoluti (se esistono) di  $f$ .
- (e) Disegna un grafico qualitativo di  $f$  (non è richiesto lo studio della concavità e convessità).

**Esercizio 3** Risolvi due dei tre seguenti integrali indefiniti:

$$\int \frac{x+2}{\sqrt{1-x^2}} dx \quad \int \frac{1}{x\sqrt{5x-7}} dx \quad \int e^x \cos(2x) dx.$$

**Esercizio 4** Siano  $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  funzioni convesse.

- (a) Dimostra che se  $f$  è crescente e  $f, g$  sono derivabili due volte allora  $f \circ g$  è convessa.
- (b) Mostra esibendo un controesempio che se  $f$  non è crescente la precedente non è vera in generale.

SECONDO COMPITINO DI ANALISI MATEMATICA  
CORSO DI LAUREA IN INFORMATICA, CORSO B

18 DICEMBRE 2015

FILA B

**Esercizio 1** Si considerino i numeri complessi

$$z_1 = 1 - i - \frac{i}{1 + 2i} \quad z_2 = (1 - i)(1 + i)(\sqrt{3} + i).$$

- (a) Calcola il modulo di  $z_1$  e il modulo di  $z_2$ .
- (b) Calcola il modulo di  $z_1 \cdot z_2$ .

**Esercizio 2** Considera la funzione  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  di legge

$$f(x) = \sqrt[3]{x^2 + 3x + 2}.$$

- (a) Calcola il dominio, gli zeri e il segno di  $f$ .
- (b) Discuti la continuità di  $f$  nel suo dominio.
- (c) Studia la derivabilità di  $f$  nel suo dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.
- (d) Calcola estremo superiore, estremo inferiore, massimo e minimo assoluti (se esistono) di  $f$ .
- (e) Disegna un grafico qualitativo di  $f$  (non è richiesto lo studio della concavità e convessità).

**Esercizio 3** Risolvi due dei tre seguenti integrali indefiniti:

$$\int \frac{3-x}{\sqrt{1-x^2}} dx \quad \int \frac{1}{x\sqrt{3x-11}} dx \quad \int e^x \sin(3x) dx.$$

**Esercizio 4** Siano  $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  funzioni concave.

- (a) Dimostra che se  $f$  è decrescente e  $f, g$  sono derivabili due volte allora  $f \circ g$  è concava.
- (b) Mostra esibendo un controesempio che se  $f$  non è decrescente la precedente non è vera in generale.