

Analisi 2, Compito

22 Febbraio 2010

1. Un modello per la diffusione di un'epidemia si basa sul fatto che la velocità di propagazione sia:

$$\frac{dx}{dt} = K \cdot x \cdot (N_{tot} - x),$$

dove N_{tot} è l'ammontare della popolazione ed x è il numero di malati. In una città isolata di 5000 abitanti, all'inizio della quarantena, vi erano 160 malati. Calcolare in quanto tempo verrà infettato l'80% della popolazione.

2. Svolgi i seguenti problemi:

(a) calcola il valore di A ove

$$A = \int_0^{2\pi} (1 + \sin \theta)^2 d\theta;$$

(b) Sia ora data la cardiode γ di equazione polare $r = 1 + \sin \theta$. Mostra che l'area racchiusa dal cardiode è uguale ad $A/2$.

3. Studiare la seguente serie di funzioni

$$\sum_0^{+\infty} \frac{2 + \cos(nx)}{x \cdot e^{nx}}.$$

Determinare l'insieme di convergenza D e dire se converge uniformemente sugli intervalli limitati chiusi e limitati di D . Dire se la funzione limite è derivabile.

4. **Ingegneria Edile architettura** Sia C il cubo di lato 2 nel primo ottante. Calcolare il flusso del campo

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (x + y) \mathbf{i} + (y + z) \mathbf{j} + (z + x) \mathbf{k}$$

uscite dalla superficie C .

5. **Metodi matematici** Rispondi ai seguenti quesiti.

(a) siano $a, \theta \in \mathbb{R}$. Calcolare $|a^{i\theta}|$ al variare di a in \mathbb{R} .

(b) Dimostrare che la serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{n^z},$$

dove z è un numero complesso, converge per $\text{Re}(z) > 1$.