

Analisi 2, Primo scritto sessione estiva

14 giugno 2010

1. Nel paese di Acchiappacitrulli il governo ha deciso un programma di tagli ai finanziamenti dell'università pubblica. I finanziamenti sono governati dalla seguente equazione differenziale:

$$\frac{dC}{dt} = K \cdot C(t).$$

Sapendo che lo stanziamento nell'anno 0 era di 32 milioni di zecchini e nell'anno 8 è di 16 milioni di zecchini, quanto sarà lo stanziamento nell'anno 16? Sapendo che l'università ha 100000 studenti e ha bisogno di almeno 12 milioni di zecchini per garantire il servizio, quanto saranno le tasse universitarie nell'anno 16?

2. Studiare la seguente serie di funzioni:

$$f(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} n^2 \sin\left(\frac{nx}{3^n}\right).$$

Dire dove converge puntualmente e se converge uniformemente in \mathbb{R} . Determinare inoltre un a tale che converga uniformemente nell'intervallo $[-a, a]$. Determinare per quali valori $x \in \mathbb{R}$ esiste la derivata $f'(x)$.

3. Trovare il punto della superficie $z^2 = xy + x + 1$ a distanza minima dall'origine.

4. Dato il campo vettoriale

$$\mathbf{F} = \left(\frac{2x}{x^2 + y^2 + 1}\right)\mathbf{i} + \left(\frac{2y}{x^2 + y^2 + 1} + f(z)\right)\mathbf{j} + 2yz\mathbf{k},$$

- (a) determinare una funzione $f(z)$ per cui il campo \mathbf{F} è irrotazionale e discutere se è conservativo;
- (b) determinare un potenziale di \mathbf{F} ;
- (c) sia γ la circonferenza di centro l'origine e di raggio 1, calcolare il lavoro di \mathbf{F} lungo γ percorsa in senso orario.