

Consigliario per i neoiscritti a Matematica

Lucio Tanzini

12 settembre 2018

Introduzione

Queste pagine sono pensate per gli studenti di matematica del primo anno. Sono una raccolta di consigli che spero possano facilitare il primo impatto dei nuovi iscritti con una metodologia di studio completamente diversa da quella delle scuole superiori e da quella delle altre facoltà universitarie. Allo studente viene richiesto di comprendere ed utilizzare un gran numero di concetti astratti, di conoscere le relazioni tra di essi e di saperli mettere in pratica quando necessario. Lo studio indipendente diventa fondamentale e rappresenta in termini di tempo il più grande tra gli impegni universitari, tuttavia non è sempre facile sapere come muoversi da soli e credo, forse immodestamente, che i consigli presentati qui possano aiutare a partire con il piede giusto nello studio di questa appassionante materia.

In effetti ho voluto scrivere questi consigli, da accrescere e completare nel tempo, perché mi sono reso conto che aver saputo fin da subito alcune cose avrebbe aiutato me ed altri ad affrontare il primo anno con maggiore tranquillità e forse avrebbe anche evitato molti ritiri da parte di studenti che pure avevano un amore per la matematica. Molti sono infatti gli studenti che, scoraggiati dai numerosi per quanto iniziali insuccessi accademici, decidono di cambiare facoltà o che perdono borse di studio come Normale, INdAM o DSU.

I consigli toccano i punti salienti della sfaccettata vita universitaria dei matematici, ma è naturalmente possibile, e probabile, che il lettore trovi problemi in un argomento non trattato qui, o non trattato con sufficiente profondità, in questi casi (ma anche più in generale) non bisogna sottovalutare l'aiuto che i commilitoni di matematica possono dare quando richiesto. Il nostro dipartimento gode infatti di un'atmosfera amichevole e solidale che consente di collaborare con facilità e di alimentare la passione verso la matematica, un dono importante che tutti gli studenti di matematica debbono impegnarsi a preservare. D'altra parte la matematica sociale si è rivelata potentissima, come dimostrano i successi dei progetti Polymath, che, iniziati da Gowers e sostenuti da Tao, hanno portato ad una collaborazione di massa tra matematici da tutto il mondo e quindi a risultati importanti. È quindi naturale cercare di mantenere la stessa filosofia cooperativa del fare matematica.

Le fonti di questi consigli sono molteplici, a volte vengono dalla mia esperienza personale, a volte sono consigli che ho ricevuto, altre volte sono consigli che ho letto sui siti riportati in "Siti consigliati" e che sono stati per me utili. Si tenga a mente che molte di quelle che seguiranno sono opinioni personali, anche se il più possibile ragionate, di uno studente del secondo anno. Forse, in effetti, uno dei migliori suggerimenti che si possa dare è di chiedere consiglio ai professori, che hanno accumulato durante la loro carriera un'esperienza vastissima non solo nel merito del loro campo di studi ma anche riguardo a come studiare la matematica e a quali siano le pratiche didatticamente migliori per i giovani studenti.

Si troverà spesso scritto "si deve", "è bene fare" o simili, in tutte queste affermazioni è sottinteso un "secondo me" che ho ommesso per brevità. Avete anche tutto il diritto di essere in disaccordo e, direi, il dovere di essere scettici! Gli aggettivi "interessante" e "rilevante" hanno un significato più preciso di quello generico da dizionario, l'interesse (o la rilevanza) di un risultato dipende infatti dal numero di proprietà che specifica riguardo a determinati oggetti matematici e alla sua capacità di generare nuovi risultati. Per discutere su eventuali obiezioni riguardo a quanto scritto, o segnalare errori oggettivi la mia mail è lucio.tanzini@gmail.com.

Buona lettura.

1 I testi

A Matematica ci si deve abituare ad una forma dei testi di studio che, pur avendo il vantaggio di essere praticamente univoca, risulta inizialmente difficile da assimilare.

L'idea base è rimasta la stessa degli Elementi di Euclide: si pongono definizioni, che identificano gli oggetti da studiare, e si deducono risultati su tali oggetti (lemmi, proposizioni, teoremi)¹. Accanto alla necessaria impostazione deduttiva stanno però i tentativi fatti per raggiungerla, che spesso procedono a tentoni, induttivamente e intuitivamente.

Le definizioni stabiliscono cosa verrà studiato, e devono quindi essere memorizzate con la massima attenzione. La memorizzazione non deve però essere passiva: le definizioni hanno sempre il loro senso, che va compreso. A volte il senso è evidente, a volte invece diventa evidente solo a posteriori. Il primo caso si realizza quando il concetto definito è intuitivamente rilevante e la definizione data è molto vicina a quella che daremmo anche noi per lo stesso concetto; è bene allora notare dove l'idea intuitiva e la definizione differiscono - queste differenze, se ci sono, si riveleranno con tutta probabilità importanti nei risultati successivi.

Il secondo caso si realizza invece quando la definizione sembra calata dall'alto senza motivo apparente, il consiglio è allora di convincersi della rilevanza dell'oggetto definito guardando velocemente, nelle pagine successive, la ricchezza dei risultati associati ad esso. Essendo una definizione del secondo tipo meno familiare, sarà bene richiamarla alla memoria con precisione ogni qualvolta il definito sia nominato successivamente.

Quanto ai risultati, si usa di solito questa classificazione:

- a) le *osservazioni* sono semplici deduzioni che “cascano in mano” con minimo sforzo.
- b) i *lemmi* sono dei risultati funzionali a teoremi o proposizioni, e si dimostrano spesso in maniera immediata:² quando un lemma è presentato è probabile che verrà usato in una dimostrazione di poco successiva. I lemmi sono un buon modo di dividere una altrimenti lunga dimostrazione in segmenti più piccoli e comprensibili.
- c) *proposizioni* e *teoremi* rappresentano invece risultati di per sé interessanti. La distinzione è in realtà piuttosto arbitraria; solitamente lo status di teorema viene dato a risultati particolarmente rilevanti ed utili, o dipende da ragioni storiche.

¹Alla base dell'intera struttura matematica stanno degli assiomi, ma questi vengono affrontati seriamente solo nei corsi di matematica di fondazione.

²Una curiosità: incontrerete spesso questa locuzione, insieme a *ovvio*, *banale*, *semplice esercizio*, in libri e dispense; anche se all'inizio sembrerà tutt'altro che vera, in breve tempo vi troverete a usarla spesso anche voi.

2 Le lezioni

Iniziamo con un'osservazione irresponsabile: andare a lezione non è strettamente necessario. Ora, prima di diventare assenteisti incalliti, sappiate anche che ci sono dei vantaggi nel frequentare le lezioni ed è quindi in molti casi consigliabile seguirle.

Il primo dei vantaggi è molto pragmatico. La persona che insegna a lezione è la stessa che scrive i compiti e conduce gli orali. Indovinare cosa per quella persona è importante riguardo alla materia è critico, ed è molto più facile se si frequentano le sue lezioni. La giusta obiezione a questo consiglio è che così facendo si prioritarizza il voto a scapito del contenuto. In realtà però questa sarebbe sfiducia verso i professori. Ciò che loro reputano importante è, grazie alla loro esperienza, quasi certamente *veramente* importante (le visioni personali dei docenti di solito poco influenzano ciò che insegnano).

Altro vantaggio è lo stimolo che le lezioni danno a mantenersi in pari con gli studi. Cito la famosa legge di Parkinson:

Work expands so as to fill the time available for its completion.

Così succede che lo studente assenteista si convinca di aver bisogno di più tempo per capire un dato argomento e finisca per utilizzare tutto il tempo che nella sua mente si è riservato per farlo, rimanendo in tal modo indietro. Seguendo le lezioni questo non succede: si è infatti costretti a capire l'argomento nel poco tempo tra una lezione e l'altra. A onor del vero, a volte capita di aver bisogno effettivamente di più tempo, ma la frequenza di questa necessità è sovrastimata.

Terzo vantaggio è la possibilità di fare domande, sia ai colleghi che ai professori. Le domande sono strumenti utilissimi. Formulare una domanda richiede prima di tutto di isolare precisamente ciò che non si è capito, per questo spesso accade che il solo atto di formulare la domanda porti alla risposta; se poi non si è in grado di rispondere alla propria domanda, altri riusciranno a farlo.

Per quanto apprezzabili siano le domande però, si deve seguire un'etica nel porle. Una domanda al/alla docente durante la lezione di fatti la interrompe e va fatta solo quando si è sufficientemente sicuri che non dipenda da proprie lacune pregresse. In generale altre opzioni sono da preferirsi, come serbare la domanda per fine lezione o per un ricevimento con il/la docente, cercare la risposta in un libro, o trovare la risposta indipendentemente. Comunque i dubbi vanno risolti: l'accumulazione di dubbi irrisolti corrode le proprie conoscenze alla base.

Qualche consiglio procedurale: prendete appunti. Tuttavia vi accorgete molto presto che non sempre vi sarà possibile scrivere e capire allo stesso tempo, dovrete quindi imparare a bilanciare le due cose tenendo presente che potrete spesso trovare appunti di colleghi più anziani, mentre dispense e libri di testo non possono fare le veci delle spiegazioni dirette di un professore. Se ne avete il tempo e la voglia sarebbe ottimo dare un'occhiata, almeno superficialmente, agli argomenti della lezione *prima* della lezione. Avere già il quadro generale di cosa viene detto è infatti un bel vantaggio che permette di concen-

trarsi sui dettagli.

Qualcuno ricopia i propri appunti in bella: fatelo solo se siete sicuri che sia strettamente necessario per la vostra comprensione. Personalmente direi che lo è raramente e che è meglio adoperare il proprio tempo a cercare di capirli. Questo, se fatto veramente, già occuperà molto tempo. Per capire un argomento infatti occorre confrontarsi attivamente con esso cercando di rispondere in maniera più estesa possibile alla domanda "cosa si può dire su questo argomento?". ³

Prendere appunti ha l'ulteriore pregio di costringere a mantenere la concentrazione. Se non si prendono appunti lasciarsi distrarre dai propri pensieri è un attimo, ed è un attimo fatale, ritrovare la concentrazione e capire cosa è successo nel momento di distrazione è un'impresa non facile, ed è meglio non mettersi nelle condizioni di doverla intraprendere.

³Più dettagli nella prossima sezione.

3 Le dimostrazioni

Leggere e capire le dimostrazioni è un'abilità ineludibile. Nel seguito si userà spesso la vaga parola "idea", in questo caso ne diamo una definizione operativa: è la minima quantità d'informazione necessaria a ricostruire ciò di cui è l'idea (questa definizione funziona particolarmente bene per "idea di una dimostrazione"). Guardiamo le varie fasi.

La comprensione dell'enunciato richiede di rammentare le definizioni degli oggetti nominati in esso e presenta i protagonisti della dimostrazione. Provate fin da subito a dimostrarlo; ciò è utile, che ci riusciate o meno, almeno per due motivi:

- a) è più facile così rendersi conto dei passaggi critici della dimostrazione e delle condizioni necessarie perché l'enunciato sia vero;
- b) quando in futuro occorrerà ricordarsi la dimostrazione seguirete un ragionamento simile a quello tentato inizialmente, e troverete gli stessi problemi che però, leggendo la dimostrazione avrete risolto singolarmente.

È insomma più facile correggere il proprio ragionamento in alcuni punti chiave che farne proprio uno altrui. A sostegno di questa tesi riporto una citazione di Poincaré:

J'ai l'habitude, quand je lis un mémoire, de le parcourir rapidement de façon à me donner une idée de l'ensemble et de revenir ensuite sur les points qui me semblent obscurs. Je trouve plus commode de refaire les démonstrations que d'approfondir celles de l'auteur. Mes démonstrations peuvent être généralement beaucoup moins bonnes, mais elles ont pour moi l'avantage d'être miennes.

[Ho l'abitudine, quando leggo un memoriale, di scorrerlo velocemente in modo da avere un'idea d'insieme, e tornare poi sui punti che mi sembrano oscuri. Trovo più comodo rifare le dimostrazioni che approfondire quelle dell'autore: in generale, le mie possono risultare molto meno gradevoli, tuttavia hanno per me il vantaggio di essere le mie.]

Questa strategia però non sempre funziona in un tempo fattibile, a volte ci troviamo di fronte a risultati che non abbiamo idea di come dimostrare. Questi "risultati delicati" vanno tenuti sott'occhio e riguardati spesso, fino a che non si è sicuri di ricordarsene la dimostrazione (avendo finalmente assorbito l'idea dietro ad essa).

La lettura rapida della dimostrazione dà una prima idea di come i pezzi della dimostrazione sono incastrati insieme e quali sono le idee principali. Dopo la lettura rapida si provi nuovamente a dimostrare l'enunciato.

La lettura di verifica richiede invece di assicurarsi che ogni passaggio della dimostrazione sia corretta, fornendo i dettagli che vengono tralasciati. Solitamente fornire i dettagli è facile, ma non sempre. Capita di rimanere bloccati,

consiglio in questi casi di chiedere aiuto ai colleghi. Alla fine di questa fase si deve essere certi della validità della dimostrazione.

Nella fase di riflessione invece bisogna chiedersi quali idee stanno sotto la dimostrazione, come ci si sarebbe potuti arrivare, come ci si arriverà in futuro quando occorrerà ricordare la dimostrazione. Le idee sono, specie al nostro livello, solitamente molto semplici, allenarsi a scovarle è però indubbiamente utile. Con l'esperienza un'idea molto complessa diverrà invece molto semplice. Il bello di scovare le idee è che si noterà presto che molte idee ricompaiono in matematica, rendendo la comprensione delle future dimostrazioni più semplice.

Alla fine si deve verificare di aver veramente compreso la dimostrazione cercando di ricostruirla. Si annotino i punti dove si sbaglia, questi saranno probabilmente gli stessi punti dove sbaglieremo in futuro. Si continui finché non si è in grado di dare tutta la dimostrazione senza errori e si rifaccia lo stesso esercizio uno o due giorni dopo.

4 Gli esercizi

Per avere in generale una base euristica su come risolvere esercizi, ma più in generale problemi matematici, si consiglia la lettura di "How to solve it" (Polya).

Qui trattiamo invece su come trarre i massimi benefici dagli esercizi. Iniziamo dicendo che gli esercizi sono essenziali come banco di prova delle proprie conoscenze e sono un utile strumento per velocizzare determinati ragionamenti e per scovare debolezze o lacune nella teoria, non se ne può, in buona sostanza, fare a meno.

Velocizzare determinati ragionamenti vuol dire renderli automatici. Sorprendentemente, imparare a fare degli esercizi "a macchinetta" è molto utile. Poter impostare l'autopilota per compiti già fatti e rifatti libera il cervello che si può così concentrare sugli aspetti più difficili del problema che si sta affrontando. Ciò non toglie che gli "automatismi di pensiero" devono essere acquisiti solo dopo averli capiti a fondo, altrimenti cadremmo nell'ingegneria! (si scherza)

Una volta completato l'esercizio c'è ancora molto da fare. Guardando la propria soluzione si deve individuare le idee fondamentali che sono state adoperate ed isolarle, così diventa più facile individuare un'intera classe di problemi risolvibile con le stesse idee. La ricerca delle idee base aiuta anche ad abbreviare la soluzione, trovandone una più elegante. Se l'esercizio ha la fortuna di avere la soluzione ufficiale si confronti quest'ultima con la propria. A volte l'approccio della soluzione ufficiale può essere nuovo per il lettore, il nuovo approccio va quindi imparato e reso proprio.

Per rendere proprio un approccio occorre analizzarlo a fondo, scovarne le basi teoriche, domandarsi come sarebbe stato possibile arrivare allo stesso approccio indipendentemente e inventarsi dei semplici problemi risolvibili con lo stesso approccio. Consiglio la lettura, a questo riguardo, di "Problem Solving Strategies" (Engels). Scritto per gli studenti che competono nelle Olimpiadi di Matematica, dà una solida idea di cosa vuol dire "approccio" ad un problema, mostrandone vari esempi. Alcuni di questi approcci si ripresenteranno nella carriera da studente, altri sono ricamati appositamente per le Olimpiadi, ma l'idea di isolare gli strumenti del matematico è fruttuosa: uno studente (ma oserei dire anche un matematico) deve porre tanta attenzione nell'arricchire il suo repertorio di approcci quanta ne pone nell'apprendere risultati teorici (ovviamente approcci e risultati teorici avranno delle sovrapposizioni).

5 I voti e alcuni consigli pratici

Un consiglio forse banale, ma raramente seguito, è di mettersi subito a studiare molto e costantemente. Di solito, infatti, i neoiscritti pensano di poter studiare matematica poco più di quanto facessero alle superiori, e si rendono conto della necessità di uno studio molto più profondo solo verso la fine dell'anno, dovendo poi recuperare tutto il tempo perduto nel primo semestre e nell'inizio del secondo. Non importa se alle superiori non vi era necessario neanche un minuto di studio per la matematica, all'università di matematica questo è piuttosto comune. Le richieste dell'università di Matematica a Pisa sono incomparabili a quelle delle scuole superiori ed è bene esserne consapevoli fin da subito.⁴ Prestate particolarmente attenzione ai corsi di Geometria 1, considerata da tutti il corso più difficile del primo anno, e Analisi 1, che ha ben poco a vedere con l'analisi che avete visto alle superiori.

Le tre borse di studio più diffuse a matematica (Normale, INdAM e DS U) richiedono il mantenimento di buoni voti. Uno o due punti possono fare la differenza tra perderle e conservarle, si deve allora adottare una strategia di "minimizzazione del rimorso", i voti hanno la loro importanza, perlomeno nel mondo accademico, ed è quindi giusto gestirli nel modo ottimale.

Un consiglio è di fare i compiti (o prove in itinere). Essi consentono, se passati, di saltare gli scritti nella sessione d'esame, costringono a mantenersi in pari con lo studio, e risultano talvolta più facili. Inoltre è sempre possibile presentarsi agli scritti e valutare dopo averli completati se consegnare o meno, se non si consegna si mantiene il voto dei compiti o dello scritto precedente. Se quindi si è bravi a capire come è andata la prova il voto dello scritto può solo migliorare.

Dopo ogni scritto c'è la possibilità di vedere la propria prova. A volte i professori sbaglieranno le valutazioni, nel caso abbiano sbagliato la correzione gli unici che glielo possono far notare siete voi. Non contestate senza ragione, perdereste il vostro ed il loro tempo, e manchereste di rispetto al professore.

Nel corso ci sono materie più facili di quanto i CFU relativi possano far pensare (per molti programmazione ed aritmetica sono così) traete il massimo da queste materie. Se avete un certificato di inglese di livello almeno B2 chiedete subito i 6 crediti per Inglese Scientifico.

Non sentitevi obbligati a comprare tanti libri, ricordate che spesso potete studiare sugli appunti degli altri studenti, sulle dispense dei professori o su libri presi in prestito dall'aula studenti o dalla biblioteca (date un'occhiata alla biblioteca comunque, è piacevole vagare per la biblioteca leggendo un po' quello che capita). Prima di acquistare un libro chiedete il parere di studenti più vecchi, per capire se fa per voi. È comunque buona norma controllare sul sito del professore il programma del corso ed assicurarsi che libri, dispense e appunti lo coprano tutto. Inoltre fatevi iniziare all'uso di libgen, una piattaforma da dove sono scaricabili quasi tutti i libri di questo mondo gratis, e per i più curiosi

⁴si consideri ad esempio che a Pisa nonostante il 40% degli studenti sia diplomato con 100-100L i tassi di abbandono sono in linea con la media nazionale.

a sci-hub, dove si trovano articoli di vera ricerca matematica, questi due siti, a volte non sono raggiungibili dall'Italia, in questo caso basta mascherare il proprio proxy tramite siti come <https://hide.me/en/proxy>.

6 L'aspetto emotivo

⁵ Oltre ai consigli di stampo matematico, può essere utile qualche suggerimento sulla gestione delle proprie capacità, del proprio modo di apprendimento e altre indicazioni nella sfera affettiva o organizzativa. Questi aspetti sono complementari al pretto studio matematico e indispensabili nella vita di uno studente. Tutti i consigli qui riportati non devono essere intesi come universali o adatti a qualsiasi persona in qualsiasi momento. Si tratta semplicemente di qualche spunto di riflessione ispirato alla tesi di laurea *Gli abbandoni del Corso di Laurea in Matematica a Pisa: uno studio qualitativo* (Francesca Gregorio, 2015).

Accettate l'insuccesso.

Con la fine della scuola superiore e l'inizio dell'università, si apre un nuovo mondo: la matematica diventa difficile. Ci si rende conto in fretta che la matematica svolta alle superiori cambia completamente una volta arrivati all'università. Questo significa che la maggior parte delle matricole si ritrova a studiare una materia nuova, diversa da quella per cui si è scelta l'università di matematica. Questo in generale non è problema, perché per la maggior parte gli studenti preferiscono la nuova matematica alla vecchia. Assieme alla matematica, però, cambiano anche le richieste. Questo può portare persone che fino a pochi mesi prima erano considerati brillanti in matematica, magari i migliori della classe o addirittura della scuola, a non riuscire ad andare avanti, ad annaspere nelle spiegazioni. Ci si ritrova a fallire in una cosa in cui credevamo di essere bravissimi. Il confronto con gli eccellenti colleghi che caratterizzano il Corso di Laurea di Pisa non può che peggiorare questa situazione. Tutto questo può portare a non passare gli esami, o a non riuscire immediatamente o bene quanto si vorrebbe. In matematica l'insuccesso non è sempre evitabile. Impariamo a considerarlo come una possibilità e ad accettarlo: questo non significa che non ce la possiamo fare, che siamo stupidi o senza capacità. Le capacità si costruiscono, non sono innate, e a volte richiedono tempo. Cerchiamo di trarre vantaggio dall'insuccesso e imparare dagli errori.

Non vergognatevi: non siete gli unici!

Un cambiamento repentino della percezione delle proprie capacità può portare a provare vergogna. Fino a poco tempo prima si era sicuri della propria bravura in matematica e in un batter d'occhio ci si ritrova a non capire, a non riuscire. Non vergognatevi di questo fatto, imponetevi di superare la vergogna nel modo che più sia utile ai vostri studi. Sappiate che quasi tutti attorno a voi stanno passando, con gradi differenti, una diminuzione dell'autostima e stanno ricalcolando le proprie capacità. La maggior parte degli studenti, soprattutto al primo anno, non capiscono al volo ciò che stanno studiando, ma purtroppo spesso si ha l'impressione di essere i soli, gli unici a non capire. Se la vergogna ci impedisce di comunicare e confrontarci con altri studenti, questo diventa un ostacolo verso il successo. Ciò ci porta al punto seguente.

Condividete lo studio.

Le sessioni di studio di gruppo non possono che fare bene all'apprendimento della matematica. Avete la fortuna di avere un dipartimento aperto giorno e

⁵Questa sezione è stata scritta da Francesca Gregorio, autrice della tesi qui citata, che ringrazio particolarmente per la disponibilità con cui ha contribuito a questo progetto.

notte, sette giorni su sette: sfruttatelo (ma andate a casa a dormire...)! Anche se siete pendolari, cercate di rimanere in dipartimento e approfittate della grande opportunità di studiare con altre persone. Il confronto tra idee, punti di vista e metodi differenti può aiutare a capire il quadro collettivo, o perlomeno ad allargare la propria visione. La complementarità delle conoscenze può facilitare la comprensione e anche lo svolgimento degli esercizi.

Imparate a non capire.

Non capire immediatamente durante lo studio della matematica è quasi inevitabile. C'è a chi capita a ogni lezione e a chi una volta ogni tanto, ma succede a (quasi!) tutti. Questo non ci deve mandare in panico o bloccarci su un singolo punto per settimane. Bisogna cercare di accettare che è possibile non capire e andare avanti, cercando di capire per lo meno il quadro generale. Vedrete che la comprensione di altri concetti vi aiuterà anche con quello problematico, quando ci ritornerete sopra. È infatti importante ritornare regolarmente su ciò che non si è capito, per evitare di creare grosse lacune. Quanto detto sopra non significa che i passaggi non compresi devono essere immediatamente ignorati, anzi: in matematica è importante non essere superficiali e fare sfoggio di perseveranza e determinazione. Semplicemente, una parte non compresa non deve impedirvi di proseguire nello studio.

I professori sono lì per aiutarvi.

I professori, sebbene a volte possano incutere timore, sono lì per farvi apprendere, non per giudicarvi, e questo è ciò che dovete avere in mente nel rapportarvi con loro. Anche qui, è importante superare la vergogna e sfruttare tutte le occasioni che avete per trarne vantaggio. Andate ai ricevimenti, fate domande a fine lezione, chiedete aiuto. Nessuna delle domande che farete sarà presa in considerazione all'esame, per quanto stupida possa sembrarvi. L'impegno e la crescita matematica sono sempre apprezzati (non si nasce imparati, anche i docenti lo sanno).

Lecture consigliate

A mathematician's apology (Hardy)

Letters to a young mathematician (Ian Stewart)

Problem Solving Strategies (Engels)

How to solve it (Polya)

On proof and progress in mathematics (William P. Thurston)

Solving Mathematical Problems, a personal perspective (Tao)

Una lista di consigli online, molti dei quali scritti da grandi matematici moderni. La lettura è caldamente consigliata.

<http://terrytao.wordpress.com/career-advice/> (di sicuro il più importante tra i link, contiene a sua volta molti link consigliati)

<https://math.stackexchange.com/questions/1375574/is-there-a-profitable-way-to-read-mathematical-proofs>

<https://web.stanford.edu/class/math41/jasp.html>

<http://math.stanford.edu/~vakil/potentialstudents.html>

"<https://divisbyzero.com/2008/09/22/what-is-the-difference-between-a-theorem-a-lemma-and-a-corollary/>".